

**Магистерская программа «Машинное обучение и анализ  
данных»**

**Демоверсия экзамена при поступлении в магистратуру  
Национального исследовательского университета  
«Высшая школа экономики» Санкт-Петербург**

1. При каких  $A$  две параболы  $x^2 + 1 = 0$  и  $x^2 + 2Ax + 7$  имеют общую касательную?

2. Вычислите среднее значение функции  $f(x) = 5 - 2\sin x + 3\cos x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ .

3. У вас есть два вектора: первый идет из точки  $(2, 0, 3)$  в точку  $(3, 3, 1)$ . Второй – из точки  $(-1, 1, -3)$  в точку  $(2, -4, 0)$ . Напишите уравнение плоскости, параллельной каждому из векторов и проходящей через точку  $(7, -2, 2)$ .

4. Решите уравнение:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ 5 & 3 & x \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 40$$

5. В начальный момент популяция вируса состоит из одной клетки. Далее, каждый час каждая из клеток либо делится на две новые клетки с вероятностью  $p$ , или умирает с вероятностью  $1-p$ . С какой вероятностью вирус когда-нибудь сам полностью исчезнет?

6. Рассмотрим произвольный многогранник. Докажите, что у него обязательно найдутся две грани, являющиеся многоугольниками с равным числом сторон.

7. В городе живет  $N$  жителей, каждый из которых знаком ровно с  $K$  другими жителями. При каком минимальном  $K$  можно гарантировать, что как бы не были распределены знакомства, от любого жителя можно было до любого другого по знакомствам пойти.

8. В задачах 8 и 9 вам необходимо написать программу на любом языке программирования. Вместо программы вы можете описать алгоритм решения задачи, в таком случае решение будет оцениваться максимум в половину баллов. При решении старайтесь написать как можно более быстрый алгоритм.

У студента шоколадка есть размера  $A$  на  $B$  долек. Каждую минуту он отламывает от плитки квадрат шоколада максимального размера. Так продолжается до тех пор, пока оставшийся кусок не будет квадратным. Сколько кусков шоколада получится у студента?

Входные данные:

Программе даны числа A и B ( $1 \leq A, B \leq 109$ ).

Выходные данные:

Требуется вывести количество квадратов.

Примеры:

Входные данные 15

3

Выходные данные 5

Входные данные 12

8

Выходные данные 3

Входные данные 5

5

Выходные данные 1

9. Функция `permutations` принимает на вход массив из  $n$  элементов (не обязательно различных!), а затем возвращает все возможные различные перестановки данного массива в любом порядке. Реализуйте такую функцию.

Пример:

Вход:

[1, 1, 2]

Выход:

[

[1, 1, 2],

[1, 2, 1],

[2, 1, 1]

]

10. Можно ли расположить 1000 точек на плоскости так, чтобы какое подмножество точек мы не выбрали, существует выпуклый многоугольник такой что все выбранные точки лежат внутри, а все невыбранные - снаружи многоугольника.