

# Вступительное испытание по математике/ Mathematics Entrance Test

## ТЕСТ 2020/ TEST 2020

Время выполнения – 180 минут/ Time allowed: 180 minutes

Вариант 5/ Variant 5

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.” !/ Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

- 1) При каком соотношении  $a$  и  $b$  многочлен  $2x^3 - 3x^2 + 2ax + b$  делится на  $x - 2$  без остатка?  
//For what relation between  $a$  и  $b$  can the polynomial  $2x^3 - 3x^2 + 2ax + b$  be divided by  $x - 2$  with no remainder ?
1.  $a = b$
  2.  $a = b + 1$
  3.  $b = -4a - 4$
  4.  $b = 2a + 1$
  5. Среди ответов нет правильного // None of the above.
- 2) Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака? //Trousers are more expensive than a shirt by 30% and they are cheaper than a jacket by 22%. By what percentage is a shirt cheaper than a jacket ?

1. 20
2. 8
3. 30
4. 40
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

- 3) Найти значение выражения  $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ , если  $a = 81$ ,  $b = 16$ . Calculate

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}, \text{ if } a = 81, b = 16$$

1. 15
2. 10
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

- 4) Вычислить значение дроби  $\frac{3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x}$ , если  $\tilde{n}tgx = -1$ . //Calculate the value of the

fraction  $\frac{3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x}$ , if  $\tilde{n}tgx = -1$

1.  $\frac{5}{3}$

2.  $\frac{4}{3}$
3.  $\frac{1}{13}$
4.  $\frac{7}{13}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

5) Найти значение  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ , где  $x_1, x_2$  - различные корни уравнения  $x^2 + 3x - 5 = 0$ . //Calculate

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ , where  $x_1, x_2$  are different roots of the equation  $x^2 + 3x - 5 = 0$ .

1.  $\frac{5}{3}$
2.  $-3$
3.  $-5$
4.  $\frac{3}{5}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

6) В прямоугольном треугольнике высота, опущенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки 9 и 16. Найти меньший катет треугольника. //In a right-angled triangle, a height drawn from the top of the right angle divides the hypotenuse into segments 9 and 16. Find the smaller leg of the triangle.

1. 12
2. 15
3. 20
4. 18
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

7) Вычислить  $\log_7 5^{\log_{125} 7\sqrt{7}}$ . //Calculate  $\log_7 5^{\log_{125} 7\sqrt{7}}$

1. 5
2. 0.5
3. 1
4. 7
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

8) Найти  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  и  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$ . //Calculate  $\operatorname{tg} \alpha$ , if  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  and

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

1. 1.2
2.  $-0.5$
3.  $-1.25$
4.  $-0.4$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

9) Решить уравнение  $7^{x \cdot \log_7 2} \cdot 2^{x^2 - 3x} = 1$ . В ответе указать наибольший корень, если их несколько. //Solve the equation  $7^{x \cdot \log_7 2} \cdot 2^{x^2 - 3x} = 1$ . In the answer indicate the largest root, if there are several.

1. 1
2. 2
3. 5
4. 3
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

10) Найти все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $x^2 - 2(a-1)x + (3a-3)(a+1) > 0$  выполняется при любых значениях  $x$ . //Find all values of the parameter  $a$ , with which the inequality  $x^2 - 2(a-1)x + (3a-3)(a+1) > 0$  holds with any value of  $x$ .

1.  $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
2.  $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$
3.  $(-1; 2)$
4.  $(-2; 1)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

11) Найти сумму двух наименьших положительных корней уравнения  $\sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{2}$ . Ответ дать в градусах. //Find the sum of the two smallest positive roots of the equation  $\sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{2}$ .

Indicate the answer in degrees.

1.  $30^\circ$
2.  $90^\circ$
3.  $150^\circ$
4.  $240^\circ$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

12) При каких значениях параметра  $a$  точки  $M_1(0,0)$ ,  $M_2(2,3)$  и  $M_3(4a-2, 3a-1)$  лежат на одной прямой ? // With which values of the parameter  $a$  do the points  $M_1(0,0)$ ,  $M_2(2,3)$  and  $M_3(4a-2, 3a-1)$  lie on the same straight line ?

1.  $a = 1$
2.  $a = 1.5$
3.  $a = -1$
4.  $a = \frac{2}{3}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

13) Найти область определения функции  $\phi = \sqrt{5^{7x+3} - \frac{1}{5}}$ . //Find the domain of the function

$$\phi = \sqrt{5^{7x+3} - \frac{1}{5}}$$

1.  $\left(-\infty; -\frac{4}{7}\right]$

2.  $\left[-\frac{4}{7}; \infty\right)$

3.  $\left(-\frac{7}{4}; \infty\right]$

4.  $\left(-\infty; -\frac{4}{7}\right)$

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

14) Расходы на аренду помещения составляют 90% общих расходов фирмы. Стоимость аренды уменьшили в 6 раз при прочих равных условиях. Сколько процентов этот расход на аренду составляет от общих расходов фирмы ? //The cost of renting premises is 90% of the total costs of a company. The rental price was reduced 6 times, ceteris paribus. What percentage does the rental cost constitute in the total costs of the company ?

1. 20%

2. 60%

3. 28%

4. 40%

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

15) Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии с четными номерами равна 2, а сумма членов с нечетными номерами равна 4. Найти первый член этой прогрессии. //The sum of the terms of an infinitely decreasing geometric progression with even numbers is 2, and the sum of the terms with odd numbers is 4. Find the first term of this progression.

1. 2

2. 5

3. 3

4. 6

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

16) При каких значениях  $p$  область определения функции  $y = \sqrt{(x-3)(8-x)} - \sqrt{x-2p}$  -пустое множество ? //With what values of  $p$  is the domain of the function  $y = \sqrt{(x-3)(8-x)} - \sqrt{x-2p}$  an empty set ?

1.  $p \leq 4$

2.  $p > 4$

3.  $p = 8$

4.  $p \leq 8$

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

17) Найти значение выражения  $\sqrt[3]{4+4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2}-4} \cdot \sqrt[3]{4}$  . //Calculate the value of the expression

$$\sqrt[3]{4+4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2}-4} \cdot \sqrt[3]{4}$$

1. 9

2. 6

3. 4

4. 2

5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

18) Найти значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $\frac{(x-2)(4^x-p)}{x^2-4x+3} = 0$  имеет один корень.

В ответе указать сумму всех  $p$ . //Find the values of the parameter  $p$ , with which the equation

$\frac{(x-2)(4^x-p)}{x^2-4x+3} = 0$  has one root. Indicate in the answer the sum of all  $p$ .

1. 64
2. 84
3. 60
4. 70
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

19) Найти  $f(x)$ , если  $f(x-2) = 2^{-x^2+4}$ . //Find  $f(x)$ , if  $f(x-2) = 2^{-x^2+4}$

1.  $f(x) = 2^{x^2+1}$
2.  $f(x) = 2^{11-x^2-2x}$
3.  $f(x) = 2^{9+x^2}$
4.  $f(x) = 2^{-x^2-4x}$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

20) Решить неравенство  $\frac{(x-2)(4x+3)}{x+4} \geq 0$ . //Solve the inequality  $\frac{(x-2)(4x+3)}{x+4} \geq 0$

1.  $\left[-4; -\frac{3}{4}\right] \cup [2; \infty]$
2.  $(-\infty; -4) \cup \left[-\frac{3}{4}; 2\right]$
3.  $\left(-4; -\frac{3}{4}\right) \cup [2; \infty)$
4.  $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [2; \infty)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

21) Радиусы двух шаров равны 12 и 16. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров. //The radii of two spheres equal to 12 and 16. Find the radius of the sphere, the surface area of which is equal to the sum of the surface areas of these two spheres.

1. 26
2. 24
3. 22
4. 20
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

22) При каких значениях параметра  $a$  вершина параболы  $y = x^2 - 6x + 2ax + a + 3$  лежит выше прямой  $y = -6$ ? //With which values of the parameter  $a$  does the vertex of the parabola  $y = x^2 - 6x + 2ax + a + 3$  lie above the straight line  $y = -6$ ?

1.  $a \in (7, \infty)$
2.  $a \in (0, 7)$
3.  $a \in (-3, 3)$
4.  $a \in (-\infty, 7)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above

23) Найти наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 - 12x + 180} - 8$ . //Find the minimum of the function  $y = \sqrt{x^2 - 12x + 180} - 8$

1. 7
2. 6
3. 5
4. 4
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

24) Найти множество значений функции  $y = \log_{2,5} x + 1.5$ . //Find the set of the values of the function  $y = \log_{2,5} x + 1.5$

1.  $(-5; \infty)$
2.  $(0; \infty)$
3.  $(-\infty; \infty)$
4.  $(-\infty; 5)$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

25) Точки  $M$  и  $N$  - точки пересечения графика функции  $y = \frac{5x + 3}{x^2 - 2x + 5}$  с осями координат.

Найти расстояние между  $M$  и  $N$ . //The points  $M$  and  $N$  are the points of intersection of the graph of the function  $y = \frac{5x + 3}{x^2 - 2x + 5}$  with the coordinate axes. Find the distance between  $M$  and  $N$ .

1. 5
2.  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
3.  $\frac{\sqrt{26}}{5}$
4. 3
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

26) Найти разность между наибольшим и наименьшим значением функции  $\phi = \sqrt{49 - x^2}$  на отрезке  $[-2\sqrt{10}; 2\sqrt{6}]$ . //Find the difference between the maximum value and the minimum value of the function  $\phi = \sqrt{49 - x^2}$  on the segment  $[-2\sqrt{10}; 2\sqrt{6}]$ .

1. 10
2. 7
3. 4
4. 5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

27) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = \sin x + x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = \pi$ . //Find the angular coefficient of a tangent drawn to the graph of the function  $y = \sin x + x^2$  in the point with the abscissa  $x_0 = \pi$ .

1.  $\pi^2 - 1$
2.  $2\pi + 1$
3.  $2\pi - 1$
4.  $2\pi$
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

28) Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч. //A motor boat passed 255 km against the river current and returned to the point of departure, spending 2 hours less on the return trip. Find the speed of the boat in still water if the speed of the current is 1 km/h. Indicate the answer in km/h.

1. 20
2. 18
3. 16
4. 14
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

29) На клавиатуре телефона 10 цифр от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет нечётной? //There are 10 digits from 0 to 9 on a telephone keypad. What is the probability that a randomly pressed number will be odd?

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.4
4. 0.5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.

30) Решить неравенство  $(\sin x - \sqrt{7}) \cdot (3 - |2x + 5|) \leq 0$ . В ответе указать сумму целых решений неравенства. //Solve the inequality  $(\sin x - \sqrt{7}) \cdot (3 - |2x + 5|) \leq 0$ . In the answer indicate the sum of the integer solutions of the inequality.

1. -13
2. 14
3. -10
4. 5
5. Среди ответов нет правильного // None of the above.