

Вступительное испытание по математике/ Mathematics Entrance Test

ТЕСТ 2019/ TEST 2019

Время выполнения – 180 минут/ Time allowed: 180 minutes

Вариант 1/ Variant 1

Пожалуйста, обратите внимание, что в десятичной записи числа целая часть отделяется от дробной с помощью точки “.” !/ Please note that in decimal numbers the integer part is separated from the fractional with a decimal point “.”!

1) При каком значении  $a$  многочлен  $2x^3 - x^2 + 5x - 2a$  делится на  $x - 3$  без остатка? // For what value of  $a$  a polynomial  $2x^3 - x^2 + 5x - 2a$  is divided by  $x - 3$  no remainder ?

1. 10
2. 20
3. 30
4. 40
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

2) Число 434 разделить на две части, пропорциональные числам 15 и 16. В ответе указать большее число. // Divide the number 434 into two parts proportional to the numbers 15 and 16. In the answer indicate a larger number.

1. 220
2. 224
3. 228
4. 232
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

3) На сколько процентов увеличится (или уменьшится) площадь прямоугольника, если одну сторону увеличить на 25%, а другую уменьшить на 25%? // What percentage will increase (or decrease) the area of a rectangle if one side is increased by 25% and the other side is reduced by 25%?

1. -10%
2. -6.25%
3. +6%
4. +5%
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

4). Вычислить значение дроби  $\frac{3x + y}{x + y}$ , если  $\frac{5x - 3y}{4x + 3y} = 2$ . // Calculate the value of the

fraction  $\frac{3x + y}{x + y}$ , if  $\frac{5x - 3y}{4x + 3y} = 2$

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

5) Найти все значения параметра  $k$ , для которых вершина параболы  $y = x^2 - 8kx + 17k$  лежит в 1-м квадранте. // Find all values of the parameter  $k$  for which the vertex of the parabola  $y = x^2 - 8kx + 17k$  lies in the 1st quadrant.

1.  $k < 0$
2.  $k > \frac{17}{16}$
3. Нет таких значений
4.  $0 < k < \frac{17}{16}$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

6) Прямоугольный треугольник с острым углом  $45^\circ$  вписан в окружность радиуса  $2\sqrt{2}$ . Найти его площадь. // A rectangular triangle with an acute angle  $45^\circ$  is inscribed in a circle of radius  $2\sqrt{2}$ . Find its area.

1. 12
2. 16.
3. 4.
4. 8
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

7) Решить уравнение  $4^{x^2} - 8^{x-\frac{1}{3}} = 0$ . В ответе указать решение, удовлетворяющее условию  $x \geq 1$ . // Solve the equation  $4^{x^2} - 8^{x-\frac{1}{3}} = 0$ . In the answer indicate the solution that satisfies the condition  $x \geq 1$ .

1. 2
2. 5.
3. 1
4. 4
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

8) Найти  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  и  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$ . // Calculate  $\operatorname{tg} \alpha$ , if  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  and

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

1. 1.2
2. -0.5
3. -1.25
4. -0.4
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

9) Решить уравнение  $\log_2(x^2 + 2x) = 3$ . В ответе указать произведение корней, если их несколько. // Solve the equation  $\log_2(x^2 + 2x) = 3$ . In the answer indicate the product of the roots, if there are several.

1. -4
2. -8
3. 5

4.  $-\sqrt{2}$

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

10) Найти площадь фигуры, каждая точка которой удовлетворяет неравенству  $|x| + 2|y| \leq 4$ . // Find the area of the figure each point of which satisfies the inequality

$|x| + 2|y| \leq 4$ .

1. 14

2. 32

3. 16

4. 18

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

11) Найти сумму всех корней уравнения  $(\sin x - \cos x)^2 = \sin 2x$ , принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ . // Find the sum of all roots of the equation  $(\sin x - \cos x)^2 = \sin 2x$  belonging to the interval  $[0; 2\pi]$ .

1.  $\pi$

2.  $2\pi$

3.  $3\pi$

4.  $5\pi/2$

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

12) При каком  $a$  система  $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + ay = 1 \end{cases}$  не имеет решения? // For what  $a$  the system

$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + ay = 1 \end{cases}$  has no solution?

1. 6

2. 7

3. 9

4. 11

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

13) Найти наибольшее значение функции  $\phi = \frac{2}{x^2 + 4x + 7}$ . // Find the maximum value

of the function  $\phi = \frac{2}{x^2 + 4x + 7}$ .

1.  $1/2$

2.  $2/3$

3.  $3/4$

4. 1

5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

14) Цена некоторого товара повысилась дважды на одно и то же число процентов. В результате чего цена поднялась с 20000 рублей до 30258 рублей. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз? // The price of a certain product has increased twice by

the same percentage. As a result, the price rose from 20,000 rubles to 30,258 rubles. By what percentage did the price of goods increase each time?

1. 25%
2. 52%
3. 23%
4. 32%
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

15) Васе нужно решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней? // Vasya needs to solve 434 problems. Every day he solves more tasks than in the previous day by the same number of tasks. It is known that on the first day Vasya solved 5 problems. How many tasks did Vasya solve on the last day, if he coped with all the tasks in 14 days?

1. 42
2. 54
3. 57
4. 78
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

16) Найти площадь треугольника, образованного отрезком прямой  $2x + 3y = 18$  и отрезками, которые отсекает она от координатных осей. // Calculate the area of the triangle formed by the segment of the line  $2x + 3y = 18$  and by the segments that it cuts off from the coordinate axes.

1. 21
2. 25
3. 37
4. 27
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

17) Найти значение выражения  $(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$ . // Calculate the value of the expression  $(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$ .

1. 8
2. 9
3. 5
4. 4
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

18) Вычислить площадь фигуры, каждая точка которой удовлетворяет системе неравенств 
$$\begin{cases} y \geq |x-1| + 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \end{cases}$$
. // Calculate the area of the figure, each point of

which satisfies the system of inequalities 
$$\begin{cases} y \geq |x-1| + 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \end{cases}$$
.

1. 16
2.  $16\pi$

3. 15
4.  $\pi$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

19) Сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} y = |x| - 2 \\ y = \log_2 x \end{cases}$  ? // How many

solutions does the system of equations  $\begin{cases} y = |x| - 2 \\ y = \log_2 x \end{cases}$  have ?

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

20) Найти все значения параметра  $a$ , при которых графики функций  $y = x^2 + 3x + 2a$  и  $y = x + 1$  не имеют общих точек. // Find all values of parameter  $a$  for which the graphs of the functions  $y = x^2 + 3x + 2a$  and  $y = x + 1$  do not have common points.

1.  $a > 0$
2.  $a \leq 0$
3.  $a > 1$
4.  $a \leq -1$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

21) Сосуд, имеющий форму куба, доверху заполнен жидкостью. Эту жидкость перелили в другой сосуд такой же формы, у которого ребро в два раза больше ребра первого сосуда. Какая часть объема второго сосуда будет не заполнена жидкостью? // The cube-shaped container is filled to the top with a liquid. This liquid was transfused to another container of the same shape, in which the edge is twice the edge of the first container. What part of the volume of the second container will not be filled with liquid?

1.  $3/14$
2.  $7/8$
3.  $26/27$
4.  $23/25$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above

22) Написать квадратное уравнение, корни которого в два раза больше корней уравнения  $x^2 + 3x - 1 = 0$ . // Write a quadratic equation whose roots are twice the roots of the equation  $x^2 + 3x - 1 = 0$ .

1.  $x^2 + 6x - 4 = 0$
2.  $x^2 - 3x - 2 = 0$
3.  $x^2 + 4x - 4 = 0$
4.  $x^2 + 3x + 2 = 0$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above

23) Найти наименьшее значение функции  $y = \sin^2 x + 3\sin x + 7$  // Find the minimum of the function  $y = \sin^2 x + 3\sin x + 7$

1. 7
2. 19/4
3. 5
4. 4
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

24) При каких  $k$  прямые  $y = kx + 3$  и  $2x - 4y = 3$  параллельны? // At which values of  $k$  the lines  $y = kx + 3$  and  $2x - 4y = 3$  are parallel?

1. 2
2. 3
3. 1/2
4. 1/3
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

25) Точки  $M$  и  $N$  с абсциссами  $-1$  и  $2$  лежат на кривой  $y = -x^3 + 2x + 4$ . Найти расстояние между  $M$  и  $N$ . // The points  $M$  and  $N$  with abscissas  $-1$  and  $2$  lie on the curve  $y = -x^3 + 2x + 4$ . Find the distance between  $M$  and  $N$ .

1. 2
2.  $3\sqrt{2}$
3.  $\sqrt{21}$
4. 5
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

26) За 6 лет Елена стала на  $30\%$  старше. Каков возраст Елены? // For 6 years Elena has become  $30\%$  older. How old is Elena?

1. 20
2. 26
3. 30
4. 24
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

27) Найти наибольшее значение функции  $y = (21 - x)e^{x-20}$  на отрезке  $[19; 21]$ . // Find the maximum of the function  $y = (21 - x)e^{x-20}$  on the segment  $[19; 21]$

1.  $1/e$
2. 0
3. 1
4.  $e$
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

28) Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба? // The first pipe passes by 1 liter of water per minute less than the second pipe. How many liters of water per minute the second pipe passes by if it fills the 110-liters tank 1 minute faster than the first pipe?

1. 12
2. 10
3. 11
4. 9
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

29) Фабрика выпускает сумки. Из 200 сумок в среднем 8 сумок имеют дефект. Найти вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. // The factory produces bags. On average 8 bags of 200 are defective. Find the probability that a purchased bag will be of good quality?

1. 0.85
2. 0.9
3. 0.96
4. 0.98
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.

30) Решить неравенство  $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x+1} > 0$ . В ответе указать сумму целых

решений неравенства. // Solve the inequality  $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x+1} > 0$ . In the answer write the sum of the integer solutions of the inequality.

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6
5. Среди ответов нет правильного. // None of the above.