

Программа по высшей математике для поступающих в магистратуру на программу “Прикладная экономика и математические методы”

1 Линейная алгебра

1.1 Линейное пространство. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение. Ортогональность. Длина (норма) вектора и расстояние в Евклидовом пространстве.

1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

1.3 Элементарные преобразования матрицы. Транспонирование. Ранг матрицы. Обратная матрица.

1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

1.5 Собственные числа и собственные векторы квадратных матриц. Свойства собственных чисел и собственных векторов некоторых специальных классов матриц: симметричных матриц; неотрицательных матриц (теорема Фробениуса-Перрона); ортогональных проекторов.

1.6 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

1.7 Норма матрицы. Матричные нормы, подчинённые векторным нормам в \mathbb{R}^n . Понятие о сжимающем линейном отображении. Обращение матрицы вида $\mathbf{I} - \mathbf{A}$. Ряд Неймана.

1.8 Элементы аналитической геометрии. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой и плоскости в трёхмерном пространстве. Плоские кривые второго порядка: уравнения эллипса, параболы, гиперболы. Приведение матрицы к диагональному виду. Нахождение главных осей эллипса и гиперболы.

2 Математический анализ

2.1 Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Множества в \mathbb{R}^n . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.

2.2 Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Вычисление пределов.

2.3 Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.

2.4 Безусловный экстремум функции одной переменной. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции. Условие первого порядка для внутреннего экстремума. Условие второго порядка для внутреннего экстремума. Граничные точки экстремума. Задачи с параметром на нахождение внутренних и граничных экстремумов функции одной переменной.

2.5 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе.

2.6 Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия внутреннего экстремума функции многих переменных. Задачи с параметром на нахождение экстремумов функции многих переменных.

2.7 Выпуклые множества. Выпуклые и вогнутые функции. Неравенство Йенсена. Условия выпуклости и вогнутости дифференцируемых и дважды дифференцируемых функций.

2.8 Оптимизация при наличии ограничений. Метод множителей Лагранжа. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка для внутреннего экстремума. Угловые решения. Теорема Куна-Таккера. Задачи с параметром на нахождение внутренних и угловых экстремумов функции многих переменных.

2.9 Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.

2.10 Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда.

2.11 Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложение функции в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

3 Обыкновенные дифференциальные уравнения

3.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятия общего и частного решения ОДУ. Интегральные кривые. Задача Коши.

3.2 Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.

3.3 Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

3.4 Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.

3.5 Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.

3.6 Системы линейных дифференциальных уравнений. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

3.7 Автономные ОДУ. Элементы качественного анализа. Фазовые диаграммы и их использование для установления локальной устойчивости стационарных решений.

3.8 Начальные сведения о разностных уравнениях и системах разностных уравнений. Итерации нелинейного отображения, теорема о сжимающем отображении.

4 Теория вероятностей

4.1 Случайные события и их вероятности. Понятие независимости. Условная вероятность.

4.2 Случайные величины и законы распределения вероятности. Дискретные и непрерывные распределения. Кумулятивная функция распределения. Функция плотности непрерывного распределения. Примеры дискретных распределений: биномиальное, геометрическое, распределение Пуассона. Примеры непрерывных распределений: равномерное, показательное, степенное (Парето), нормальное. Характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана.

4.3 Распределения, связанные с нормальным распределением: логнормальное распределение, χ^2 -распределение, усечённое нормальное распределение, распределения Стьюдента и Фишера. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

4.4 Совместное распределение двух случайных величин. Условное распределение. Условное математическое ожидание, условная дисперсия. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Двумерное нормальное распределение и его характеристики.

5 Математическая статистика

5.1 Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции). Корреляционная связь.

5.2 Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.

5.3 Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Уровень доверия и проверка значимости. Примеры проверки гипотез: гипотеза о равенстве средних, гипотеза о равенстве среднего заданному значению.

6 Дискретная математика

6.1 Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность, полнота). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.

6.2 Начальные сведения о графах. Ориентированные и неориентированные графы. Связность и сильная связность графов. Компоненты связности. Матрица смежности графа.

6.3 Двудольные графы. Паросочетания. Задача о максимальном паросочетании.

Литература

1. Беллман, Р. Введение в теорию матриц. Рипол Классик, 2014.
2. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц, 5-е изд. — М.: Физматлит, 2004. — 560 с.
3. Хорн, Р., Джонсон, Ч. Матричный анализ. — М.: Мир, 1989.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. 8-е издание. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.
5. Б.П. Демидович. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов Издание одиннадцатое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.: Наука, 1974. - 331с. Изд. 4-е. Филипов А.Ф Сборник задач по М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. - 208 стр.
7. Филипов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 2000.

7. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. Рипол Классик; 1975.
8. Сюдсетер К. и др., Справочник по математике для экономистов. "Экономическая школа 2000.
9. Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975. - 648 с.
10. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), — Москва: «Наука», 1986.
11. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2007
12. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов Учебник для вузов. 3 - е изд. — СПб.: Питер , 2009 . — 384 с.: ил . — (Серия «Учебник для вузов»)
13. Шварц Д.А., Хабина Э.Л., Алескеров Ф.Т., Бинарные отношения, графы и коллективные решения, Изд. дом ГУ-ВШЭ, 2006, 400 с.
14. Ross S.M. A First Course in Probability. — PE, 2013.
15. Sydsaeter K. Hammond P. Essential Mathematics for Economic Analysis. Prentice Hall, 2012. — 768 p.
16. Sydsaeter K. Hammond P. Further Mathematics for Economic Analysis. — Prentice Hall, 2008. — 632 p.
17. Barabási A.-L. Network Science. Cambridge University Press, 2015.
18. Newman M. Networks: An Introduction. Oxford University Press, 2010.