

**Санкт-Петербургский филиал федерального государственного
автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"»**

Факультет Санкт-Петербургская школа
физико-математических и компьютерных наук
Департамент информатики

Рабочая программа дисциплины
Дифференциальные уравнения
для образовательной программы «Прикладная математика и информатика»
направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
уровень бакалавриат

Разработчик: Черкашин Данила Дмитриевич, ddcherkashin@hse.ru

Утверждена Академическим руководителем образовательной программы

«31» августа 2018 г.

А.В. Омельченко



Санкт-Петербург, 2018

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и
другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.*

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину «Дифференциальные уравнения», учебных ассистентов и студентов направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» подготовки бакалавра, обучающихся по бакалаврской программе «Прикладная математика и информатика» и изучающих дисциплину «Дифференциальные уравнения».

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата), утвержденным ученым советом Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», протокол от 03.03.2017 №02.
- Основной профессиональной образовательной программой «Прикладная математика и информатика» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»;
- Объединенным учебным планом университета по образовательной программе «Прикладная математика и информатика», утвержденным в 2018 г.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по основам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, освоение методов решения таких уравнений.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные понятия и факты теории дифференциальных уравнений, такие как теоремы существования и единственности решения.
- Уметь исследовать устойчивость решений дифференциальных уравнений.
- Иметь навыки (приобрести опыт) решения основных классов обыкновенных дифференциальных уравнений.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ОС НИУ ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Способность учиться, приобретать новые знания, умения, в том	УК-1	РБ СД	Знает основные понятия из области дифференциальных уравнений. Оперировать с	Лекции, подготовка к практическим занятиям, работа на практических	Контрольные работы, устный экзамен

числе в области, отличной от профессиональной		МЦ	пространством непрерывных функций, производит доказательства с его использованием. Владеет навыками решения однородных дифференциальных уравнений.	занятиях, самостоятельная работа	
Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1	РБ СД МЦ	Знает понятие устойчивости и асимптотической устойчивости решения дифференциального уравнения. Исследует устойчивость решений дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений и нелинейных систем специального вида. Проверяет системы дифференциальных уравнений, возникающих при решении прикладных задач на устойчивость.	Лекции, подготовка к практическим занятиям, работа на практических занятиях, самостоятельная работа	Контрольные работы, устный экзамен
Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2	РБ СД МЦ	Знает основные способы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Выбирает необходимый способ исходя из специфики задачи. Вычисляет определитель Вронского и матричной экспоненты для решения систем линейных дифференциальных уравнений.	Лекции, подготовка к практическим занятиям, работа на практических занятиях, самостоятельная работа	Контрольные работы, устный экзамен
Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области	ОПК-3	РБ СД	Знает основные задачи, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями. Сводит задачу к дифференциальному	Лекции, подготовка к практическим занятиям, работа на практических занятиях, самостоятельная	Контрольные работы, устный экзамен

профессионально й деятельности		МЦ	уравнению. Решает основные классы обыкновенных дифференциальных уравнений.	работа	
-----------------------------------	--	----	--	--------	--

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Для образовательной программы «Прикладная математика и информатика» направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» настоящая дисциплина относится к циклу дисциплин базовой части.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, полученные в ходе изучения дисциплин:

- Математический анализ-II;
- Алгебра.

Основные положения данной дисциплины используются для освоения следующих дисциплин:

- Машинное обучение;
- Численные методы.

5. Тематический план учебной дисциплины

Курс рассчитан на 64 часа аудиторной нагрузки, из них 32 часа лекций и 32 часа практических занятий, общим объемом 2 зачетных единицы (64 часа).

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Само стоя - тельн ая работа
			Лекции	Семинары	Прак ти- ческ ие заня тия	
1	Дифференциальные уравнения	114	32	-	32	50
ИТОГО		114	32	-	32	50

6. Содержание дисциплины

<u>Раздел 1</u> Дифференциальные уравнения	
Тема 1	Пространство непрерывных функций. Равномерная сходимость последовательности непрерывных функций. Норма и полнота. Компактность в метрических пространствах. Теорема Арцела-Асколи.

Тема 2	Общая теория. Постановка задачи. Системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Сведение задачи Коши к интегральному уравнению. Существование решения, лемма Эйлера, теорема Пеано. Лемма Гронуолла. Липшицевы функции. Единственность решения задачи Коши при липшицевой правой части. Продолжение решений. Максимальный интервал существования решения.
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений. Норма матрицы. Существование и единственность решения. Однородные линейные системы, пространство решений, фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Вычисление экспоненты от матрицы. Двумерные системы с постоянными коэффициентами, фазовые портреты, узел, седло, центр, фокус. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.
Тема 4	Скалярные линейные дифференциальные уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши. Пространство решений однородного уравнения порядка n образует n -мерное линейное пространство. Вронскиан. Формула Лиувилля-Остроградского. Скалярные однородные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристический полином, фундаментальная система решений. Неоднородные скалярные линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Принцип Дюамеля.
Тема 5	Устойчивость. Непрерывная зависимость решений задачи Коши от начальных данных и от параметров. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Устойчивость решения, асимптотическая устойчивость. Устойчивость систем линейных дифференциальных уравнений. Устойчивость для нелинейных систем специального вида.

7. Оценочные средства

7.1. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	3 год	Параметры
		2 модуль	
Текущий	Контрольная работа №1	*	Письменная контрольная работа
	Контрольная работа №1	*	Письменная контрольная работа
Итоговый	Экзамен	*	Экзамен в устной форме

7.2. Критерии и шкалы оценки, примеры заданий

7.2.1. Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Контрольная работа №1 для проверки обязательных базовых умений студентов. Вариант контрольной выдается студентам на занятии и состоит из 5 задач. Каждой задаче присвоен индивидуальный балл.

Перечень заданий первой контрольной:

Задача 1. (максимум 2 балла за правильно выполненную задачу)

Уравнение с разделяющимися переменными.

Задача 2. (максимум 2 балла за правильно выполненную задачу)

Однородное уравнение.

Задача 3. (максимум 2 балла за правильно выполненную задачу)

Линейное уравнение первого порядка.

Задача 4. (максимум 2 балла за правильно выполненную задачу)

Уравнение в полных дифференциалах.

Задача 5. (максимум 2 балла за правильно выполненную задачу)

Уравнение, не разрешенное относительно производной.

Критерии оценивания и шкала оценки контрольной работы №1

Оценка	Критерии выставления оценки
«Отлично» (8-10)	Набрано 8-10 баллов
«Хорошо» (6-7)	Набрано 6-7 баллов
«Удовлетворительно» (4-5)	Набрано 4-5 баллов
«Неудовлетворительно» (0-3)	Набрано менее 4 баллов

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Контрольная работа №2 для проверки обязательных базовых умений студентов. Вариант контрольной выдается студентам на занятии и состоит из 5 задач. Каждой задаче присвоен индивидуальный балл.

Перечень заданий второй контрольной:

Задача 1. (максимум 2,5 балла за правильно выполненную задачу)

Уравнение, допускающее понижение порядка.

Задача 2. (максимум 2,5 балла за правильно выполненную задачу)

Линейное уравнение с постоянными коэффициентами.

Задача 3. (максимум 2,5 балла за правильно выполненную задачу)

Линейное уравнение с переменными коэффициентами.

Задача 4. (максимум 2,5 балла за правильно выполненную задачу)

Линейная система с постоянными коэффициентами.

Критерии оценивания и шкала оценки контрольной работы №2

Оценка	Критерии выставления оценки
«Отлично» (8-10)	Набрано 8-10 баллов
«Хорошо» (6-7)	Набрано 6-7 баллов
«Удовлетворительно» (4-5)	Набрано 4-5 баллов
«Неудовлетворительно» (0-3)	Набрано менее 4 баллов

7.2.2. Итоговый контроль по дисциплине

Проверка качества освоения дисциплины производится в форме устного экзамена.

ЭКЗАМЕН

Устный экзамен проводится в форме ответов на вопросы экзаменационного билета. Экзаменационный билет содержит два вопроса из перечня вопросов к экзамену. На подготовку ответа выделяется 1 час. Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации на экзамене категорически запрещено.

Примерный перечень вопросов к экзамену, в том числе и дополнительных вопросов:

1. Равномерная сходимости последовательности функций.
2. Пространство $C([a,b])$. Метрика и полнота.
3. Компактность в метрических пространствах.
4. Теорема Арцела-Асколи.
5. Постановка задачи. Системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.
6. Сведение задачи Коши к интегральному уравнению.
7. Ломанные Эйлера. Свойства.
8. Теорема Пеано о существовании решения задачи Коши.
9. Лемма Гронуолла в дифференциальной и в интегральной форме. Следствия.
10. Липшицевы функции.
11. Единственность решения задачи Коши при липшицевой правой части.
12. Продолжение решений. Максимальный интервал существования решения.
13. Норма матрицы.
14. Системы линейных дифференциальных уравнений. Существование и единственность решения.
15. Однородные линейные системы, пространство решений,
16. Определитель Вронского для линейных систем.
17. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.
18. Вычисление экспоненты от матрицы.
19. Оценка нормы матричной экспоненты.
20. Двумерные системы с постоянными коэффициентами.
21. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных

постоянных.

22. Скалярные линейные уравнения n -ного порядка. Существование и единственность решения задачи Коши. Пространство решений однородного уравнения.
23. Скалярные линейные уравнения n -ного порядка. Вронскиан. Формула Лиувилля-Остроградского.
24. Скалярные однородные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристический полином, фундаментальная система решений.
25. Неоднородные скалярные линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.
26. Принцип Дюамеля.
27. Непрерывная зависимость решений задачи Коши от начальных данных и от параметров.
28. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
29. Устойчивость решения, асимптотическая устойчивость. Определения.
30. Устойчивость систем линейных дифференциальных уравнений.
31. Устойчивость для нелинейных систем вида $z'(x) = A z(x) + b(x, z)$. Случай $\operatorname{Re} \lambda < 0$ при всех $\lambda \in \operatorname{spec}(A)$.
32. Устойчивость для нелинейных систем вида $z'(x) = A z(x) + b(x, z)$. Случай $\operatorname{Re} \lambda > 0$ при некотором $\lambda \in \operatorname{spec}(A)$.

Критерии оценивания и шкала оценки экзамена

Оценка	Критерии выставления оценки
«Отлично» (8-10)	Правильно изложенный ответ на оба вопроса билета и все дополнительные вопросы.
«Хорошо» (6-7)	Правильно изложенный ответ на оба вопроса билета.
«Удовлетворительно» (4-5)	Правильно изложенный ответ на один вопрос билета.
«Неудовлетворительно» (0-3)	Студент не ответил полностью ни на один вопрос билета.

7.3 Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель учитывает оценку за текущий контроль (проект).

$$O_{\text{текущий}} = 0,5 O_{\text{к/р1}} + 0,5 O_{\text{к/р2}}$$

Действует следующий способ округления оценки за текущий контроль: при значениях от 0,1 до 0,4 оценка округляется в меньшую сторону, от 0,5 до 0,9 – в большую. Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{Результирующая}} = 0,5 O_{\text{текущий}} + 0,5 O_{\text{экзамен}}$$

На экзамене студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

8. Образовательные технологии

Основными образовательными технологиями являются: интерактивные лекции, работа в группах на практических занятиях.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1 Основная литература

1. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. : справочник для академического бакалавриата / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 385 с.
2. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., пер. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 327 с.

9.2 Дополнительная литература

1. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения в 2 ч. / А. П. Аксенов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 241 с.
2. Ледовская, Е. В. Решение дифференциальных уравнений I порядка и некоторых видов дифференциальных уравнений старшего порядка [Электронный ресурс] : метод. указания к типовому расчету / Е. В. Ледовская, Н. Б. Махова. - М. : МГАВТ, 2007. - 21 с.
3. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / Т. В. Муратова. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 435 с.

10. Рекомендации для самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа может рассматриваться как организационная форма обучения – система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью по освоению знаний и умений в области учебной деятельности без посторонней помощи. Студенту нужно четко понимать, что самостоятельная работа – не просто обязательное, а необходимое условие для получения знаний по дисциплине и развитию компетенций, необходимых в будущей профессиональной деятельности.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных на лекциях теоретических знаний;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная работа студентов,

выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная программой учебной дисциплины, раскрывающей и конкретизирующей ее содержание, осуществляется студентом инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует источники для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их содержание и характер могут иметь вариативный и дифференцированный характер, учитывать индивидуальные особенности студента.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине на практических занятиях.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины и информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения информационных справочных систем (при необходимости).

Для проведения всех занятий используется проектор и компьютер для проекции слайдов.

12. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться следующих варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

1) *для лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

2) *для лиц с нарушениями слуха:* в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

3) *для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:* в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.