

**Программа по высшей математике для поступающих в магистратуру
на факультет Санкт-Петербургская школа физико-математических и компьютерных наук
(направление подготовки магистра «Прикладная математика и информатика» 01.04.02,
магистерская программа «Анализ больших данных в бизнесе, экономике и обществе»)**

1 Линейная алгебра.

- 1.1 Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
- 1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
- 1.3 Элементарные преобразования матрицы. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
- 1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
- 1.5 Собственные числа и собственные векторы матрицы.
- 1.6 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

2 Математический анализ.

- 2.1 Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Грани множеств. Множества в \mathbb{R}^n . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
- 2.2 Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
- 2.3 Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
- 2.4 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.
- 2.5 Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка. Метод множителей Лагранжа.
- 2.6 Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
- 2.7 Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

3 Теория вероятностей.

- 3.1 Основы комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.
- 3.2 Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- 3.3 Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, распределение Пуассона).
- 3.4 Нормальное распределение и связанные с ним χ^2 -распределение, основные свойства.

4 Математическая статистика.

- 4.1 Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции). Корреляционная связь.
- 4.2 Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
- 4.3 Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и проверка значимости
- 5 Дискретная математика**
- 5.1 Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
- 5.2 Графы. Изоморфизм графов. Подграфы, цепи, циклы. Связность графов. Компоненты связности. Планарные графы. Критерии планарности. Деревья. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Свойства деревьев. Нахождение кратчайшего пути в графе. Центр, радиус, диаметр графа. Обходы графов. Ациклические графы и топологическая сортировка. Матрицы графов и операции над ними.
- 5.3 Понятия алгоритма и сложности алгоритма. Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Представление графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности, алгоритмы на графах.

Литература

1. В.А. Ильин, Э. Г. Позняк Линейная алгебра М. Наука. Физматлит, 1999 - 296 с. - Учеб. для вузов 4-е изд.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа Учеб. для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 648 с. — (Курс высшей математики и математической физики)
3. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, т. 1,2 Учеб. пособие для вузов: в 2-х т. - М.: Высш. шк., 1970.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. 8-е издание. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.
5. Б.П. Демидович. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов Издание одиннадцатое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
6. Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975. - 648 с.
7. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), — Москва: «Наука», 1986.
8. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2007
9. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов Учебник для вузов. 3 - е изд. — СПб.: Питер , 2009 . — 384 с.: ил . — (Серия «Учебник для вузов»)
10. Оре О. Теория графов М. : Наука, 1980. — 336 с., ил.
11. Ross S.M. A First Course in Probability. – PE, 2013.
12. Strang G. Introduction to Linear Algebra. – Wellesley, MA: Wellesley Cambridge Press, 2009. – 584 p.
13. Sydsaeter K. Hammond P. Essential Mathematics for Economic Analysis. Prentice Hall, 2012. – 768 p.
14. Sydsaeter K. Hammond P. Further Mathematics for Economic Analysis. – Prentice Hall, 2008. – 632 p.
15. Barabási A.-L. Network Science. Cambridge University Press, 2015.

16. Newman M. "Networks: An Introduction". Oxford University Press, 2010.
17. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. – Boston, MA: Course Technology, 2012. – 480 p.
18. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. МЦНМО: 2000. 960 с.
19. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. МЦНМО: 2014. 320 с.